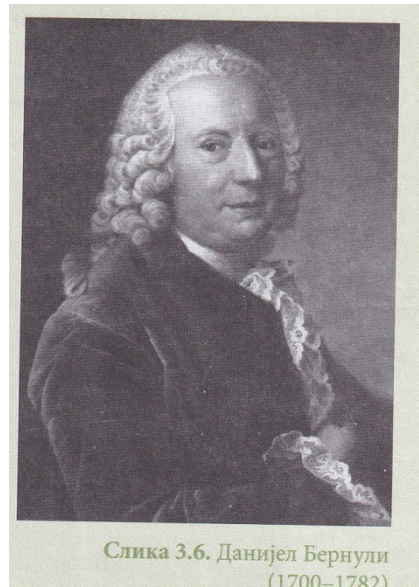


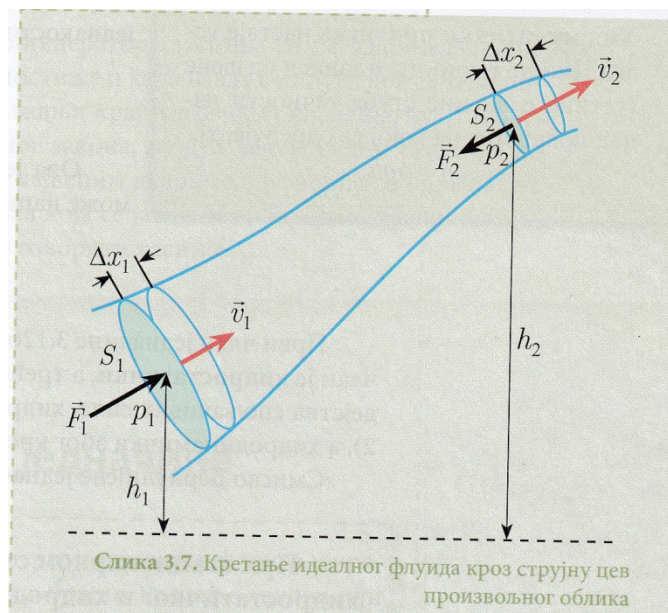
БЕРНУЛИЈЕВА ЈЕДНАЧИНА

Ову једначину је формулисао швајцарски математичар и физичар Данијел Бернули (слика) 1738. Године, по кме је и добила назив.



Ова једначина представља закон одржања енергије примењен на кретање флуида.

Посматрајмо идеалан флуид који се креће кроз струјну цев произвољног облика, како је то приказано на доњој слици.



Уочимо два попречна пресека струјне цеви, S_1 и S_2 . Под дејством сила притиска, у интервалу времена Δt , флуид се у односу на пресек S_1 помери за растојање Δx_1 а у односу на пресек S_2 за растојање Δx_2 . На први пресек делује сила притиска $F_1 = p_1 \cdot S_1$ у смеру кретања флуида и врши позитиван рад (спољни притисак са леве стране), а у односу на други пресек делује сила $F_2 = p_2 \cdot S_2$ у супротном смеру од смера кретања флуида (спољни притисак са десне стране) и њен рад је негативан.

$$A = F_1 \cdot \Delta x_1 - F_2 \cdot \Delta x_2 = p_1 \cdot S_1 \cdot \Delta x_1 - p_2 \cdot S_2 \cdot \Delta x_2$$

Пошто је флуид нестишљив, кроз сваки попречни пресек струјне цеви у истом интервалу времена притећи ће иста запремина ΔV :

$$\Delta V = S_1 \cdot \Delta x_1 = S_2 \cdot \Delta x_2 \text{ (јер цев има облик ваљка)}$$

$$A = (p_1 - p_2) \cdot \Delta V$$

На основу закона одржања енергије, рад који врше спољне силе (силе притиска) једнак је промени укупне механичке енергије:

$$A = \Delta E = (p_1 - p_2) \cdot \Delta V \text{ (*)}$$

Флуид има кинетичку енергију јер се креће и потенцијалну јер се налази у гравитационом пољу Земље.

Подсетник 1

Рад спољашњих сила једнак је промени укупне механичке енергије тела:

$$A = E_2 - E_1 = \Delta E.$$

Укупна механичка енергија тела једнака је збиру његове кинетичке и потенцијалне енергије:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh.$$

Енергија флуида масе $\Delta m = \rho \cdot \Delta V$ који прође кроз пресек S_1 једнак је :

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot \Delta m \cdot v_1^2 + \Delta m \cdot g \cdot h_1$$

Док је енергија флуида који протекне кроз други пресек:

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot \Delta m \cdot v_2^2 + \Delta m \cdot g \cdot h_2$$

Промена укупне механичке енергије флуида биће једнака разлици два последња израза:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot \Delta m \cdot (v_2^2 - v_1^2) + \Delta m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

Пошто је $\Delta m = \rho \cdot \Delta V$ добија се израз:

$$\Delta E = 1/2 \cdot \Delta \rho \cdot \Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2) + \Delta \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

Заменом у последњи израз једнакости (*) добија се:

$$(p_1 - p_2) \cdot \Delta V = 1/2 \cdot \Delta \rho \cdot \Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2) + \Delta \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

Подсетник 2

Хидростатички притисак настаје услед тежине течности, а зависи од њене густине и висине стуба течности изнад површине на којој се одређује, тј.:

$$p = \rho gh.$$

Након дељења леве и десне стране једнакости са ΔV и раздвајањем чланова са индексом један и два с различитих страна једнакости, долазимо до **Бернулијеве једначине**:

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (3.12a)$$

Ова једначина важи за ма који пресек струјне цеви те се може написати и у облику:

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = const \quad (3.12b)$$

Први члан једначине 3.12б представља **статички (спољашњи) притисак**, други члан је **хидростатички**, а трећи **хидродинамички притисак**. Статички се јавља због дејства спољашњих сила, хидростатички због тежине течности (видети Подсетник 2), а хидродинамички због кретања флуида.

Смисао Бернулијеве једначине може се исказати на следећи начин:

При стационарном струјању идеалног флуида, збир статичког, хидростатичког и хидродинамичког притиска у сваком пресеку струјне цеви је константан.